

МОДУЛЬ № 2
«ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ
И АБСОЛЮТНО ТВЁРДОГО ТЕЛА»
ЛЕКЦИЯ № 5
ОСНОВНОЙ ЗАКОН ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

План лекции:

1. Момент силы	2
1.1. Момент силы относительно точки	2
1.2. Момент силы относительно оси	3
2. Момент импульса	3
2.1. Момент импульса относительно точки	3
2.2. Момент импульса относительно оси	4
3. Основное уравнение динамики вращательного движения	4
3.1. Основное уравнение динамики вращательного движения в частной форме	4
3.2. Основное уравнение динамики вращательного движения в обобщённой форме	5

1. Момент силы

1.1. Момент силы относительно точки

Момент силы¹ относительно неподвижной точки (центра), \vec{M} – векторная физическая величина, определяемая векторным произведением радиус-вектора, проведённого из центра в точку приложения силы, на силу (см. рис. 1).

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}].$$

Единица измерения – ньютон-метр.

$$[M] = \text{Н} \cdot \text{м}.$$

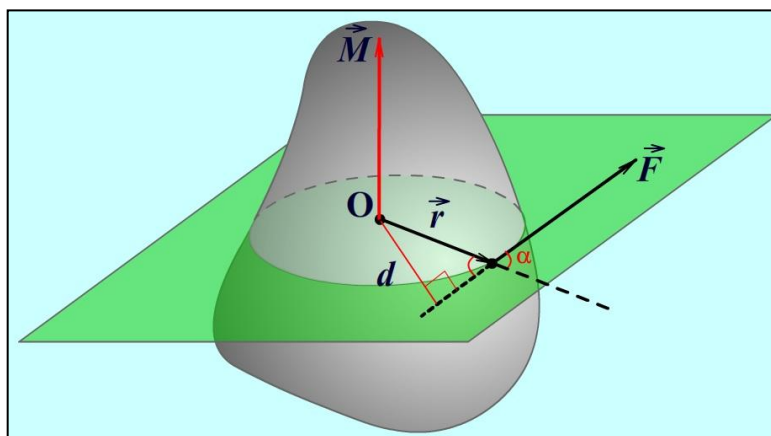


Рис. 1. К пояснению момента силы относительно центра

\vec{M} – псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{F} (правило буравчика).

Модуль вектора момента силы как модуль векторного произведения:

$$M = Fr \sin \alpha.$$

Заметим, что $r \sin \alpha = d$ (см. рис. 1), поэтому модуль момента силы перепишем в виде:

$$M = Fd,$$

где d – **плечо силы** \vec{F} относительно центра O.

¹ Является аналогом силы.

Так как при отыскании плеча силы часто делаются ошибки, целесообразно каждый раз строго следовать следующему порядку действий:

- 1) провести линию действия силы;
- 2) найти кратчайшее расстояние от центра до линии действия силы (т. е. опустить перпендикуляр из центра на линию действия силы).

1.2. Момент силы относительно оси

Момент силы относительно неподвижной оси, M_z – скалярная физическая величина, равная проекции на эту ось вектора момента силы, определённого относительно произвольной точки данной оси (значение момента M_z не зависит от выбора положения точки O на оси) – см. рис. 2.

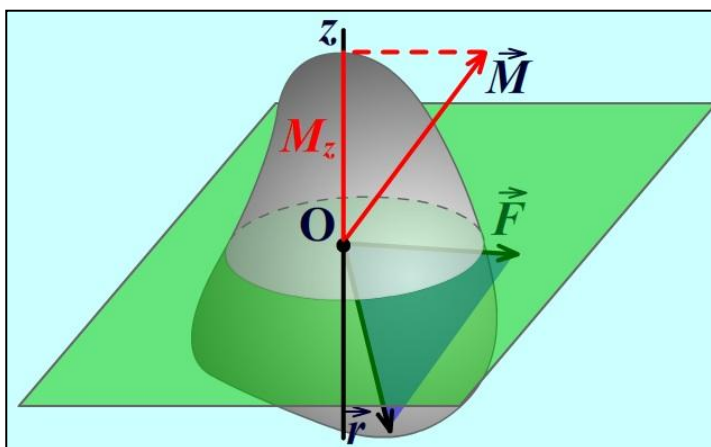


Рис. 2. К пояснению момента силы относительно оси

Если ось z будет совпадать с направлением вектора \vec{M} , то момент силы будет представляться вектором, совпадающим с осью:

$$\vec{M}_z = [\vec{r} \times \vec{F}]_z.$$

2. Момент импульса

2.1. Момент импульса относительно точки

Момент импульса (момент количества движения) материальной точки относительно неподвижной точки (центра), \vec{L} – векторная физическая величина, определяемая векторным произведением:

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}] = [\vec{r} \times m\vec{v}].$$

Единица измерения – килограмм-метр квадратный на секунду.

$$[L] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}.$$

\vec{L} – псевдовектор, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{p} (правило буравчика).

Модуль вектора момента импульса:

$$L = rp \sin \alpha = m\omega r \sin \alpha = m\omega d_p,$$

где d_p – плечо вектора \vec{p} относительно центра.

2.2. Момент импульса относительно оси

Момент импульса материальной точки относительно неподвижной оси, L_z – скалярная физическая величина, равная проекции на эту ось вектора момента импульса, определённого относительно произвольной точки данной оси.

Момент импульса твёрдого тела относительно оси есть сумма моментов импульса отдельных его частиц:

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = \sum_{i=1}^n m_i (\omega r)_i r_i = \omega \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = J_z \omega.$$

Таким образом, момент импульса твёрдого тела относительно оси – это произведение момента инерции тела относительно той же самой оси и его угловой скорости.

3. Основное уравнение динамики вращательного движения²

3.1. Основное уравнение динамики вращательного движения

в частной форме

Имеет вид

$$\varepsilon = \frac{M_z}{J_z}.$$

² Аналог второго закона Ньютона.

В случае совпадения оси с главной осью инерции можно записать:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{J},$$

т. е. угловое ускорение, приобретаемое телом, пропорционально вызывающему его моменту сил, совпадает с ним по направлению и обратно пропорционально моменту инерции тела.

3.2. Основное уравнение динамики вращательного движения в обобщённой форме

Имеет вид:

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z.$$

Или в векторном виде:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M},$$

т. е. скорость изменения момента импульса тела равна действующему на него моменту сил.