

МОДУЛЬ № 2
«ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ
И АБСОЛЮТНО ТВЁРДОГО ТЕЛА»

ЛЕКЦИЯ № 1

ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. ЗАКОНЫ НЬЮТОНА

План лекции:

1. Масса, сила, импульс	2
2. Первый закон Ньютона (закон инерции).....	6
3. Второй закон Ньютона	7
3.1. Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения в частной форме)	7
3.2. Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения в обобщённой форме).....	7
3.3. Уравнение движения тела переменной массы	8
4. Третий закон Ньютона.....	9
5. Принцип независимости действия сил	10

1. Масса, сила, импульс

Прежде чем переходить к рассмотрению таких понятий как «масса», «сила», «импульс», дадим краткое напоминание о том, что такое динамика.

Динамика – раздел механики, посвящённый изучению механического движения тел с учётом их массы и действующих на них сил.

Основы динамики были заложены Исааком Ньютоном в его книге «Математические начала натуральной философии» (1687 г.).

В этой книге Ньютон обобщил накопленный до него опыт по изучению движения и сформулировал три закона динамики.

Масса, m – скалярная физическая величина, определяющая инерционные (**инертная масса**) и гравитационные (**гравитационная масса**) свойства материи.

Кратко:

- 1) **масса** – мера инертности;
- 2) **масса** – мера гравитации.

Основной единицей измерения массы в СИ является килограмм.

$$[m] = \text{кг}.$$

Инертность – свойство тел по-разному реагировать (изменять скорость) на одно и то же воздействие, длящееся одно и то же время.

Опыты по инертности

1. На перекладине (см. рис. 1), перекинутой между двумя штативами, с помощью нити подвешивают груз с двумя крючками. Снизу к этому грузу прикрепляют такую же по прочности нить с рукояткой.

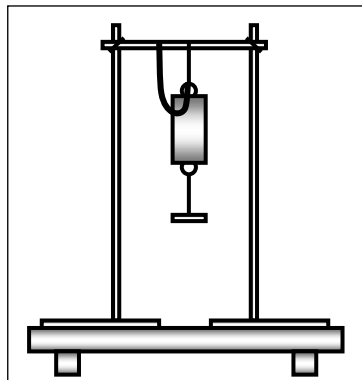


Рис. 1. Опыт по инертности с грузом и нитями

Взявшись за рукоятку и немного приподняв её, резко дёргают рукоятку вниз. При этом обрывается нижняя нить, а груз остаётся висящим на верхней нити.

Объяснение

При движении руки сила натяжения нижней нити достигает предельной величины за такое короткое время, в течение которого массивная гиря не может заметно опуститься и передать усилие верхней нити так, чтобы она порвалась.

После этого заменяют порванную нить новой и медленно натягивают её, постепенно увеличивая усилие на рукоятке. Теперь обрывается верхняя нить, и груз повисает на предохранительном шнурке.

Объяснение

В этом случае сила натяжения верхней нити раньше достигает предельной величины, так как она в любой момент равна весу гири плюс сила натяжения нижней нити.

2. На достаточно прочный стакан (бокал) сверху ставится гиря (см. рис. 2). Между ними можно проложить лист картона. Очевидно, что если ударить молотком по стакану даже с небольшим усилием, он разобьётся. Если же ударить по гире, стоящей на стакане, последний остаётся целым.

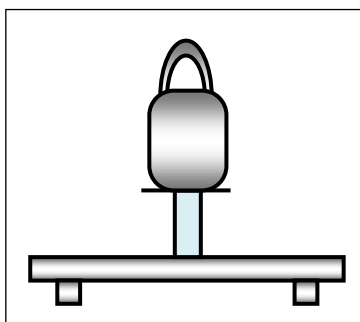


Рис. 2. Опыт по инертности с гирей

Объяснение

Из-за инертности тяжёлой гири действие со стороны молотка практически не передаётся стакану. Ему лишь необходимо выдерживать практически только вес гири.

Именно инертные свойства тяжёлых плит позволяют в цирке человеку-наковальне показывать знаменитый трюк (см. рис. 3).



Рис. 3. Человек-наковальня

Для демонстрации инертных свойств также можно использовать следующие наглядные эксперименты.

3. *Выдёргивание скатерти из-под столового сервиза.*
4. *Переламывание рейки на бумажных колечках.*
5. *Выбивание дощечек из-под стакана.*

Примеры применения инертных свойств тел.

- 1) Опускание столбика ртути при встряхивании медицинского термометра.
- 2) Колка дров.
- 3) Насаживание топора на топорнице, лопаты на черенок и т. п.
- 4) Освобождение от воды при встряхивании намокшей собаки, отжим.
- 5) Увеличение дальности прыжка с предварительным разбегом и др.

С понятием «инертность» тесно связано понятие «инерция». В некоторых книгах эти понятия отождествляют. Мы будем понимать под инерцией явление, а под инертностью – свойство.

Сравните:

Инертность	Инерция
Свойство тел по-разному реагировать (изменять скорость) на одно и то же воздействие, длящееся одно и то же время.	Явление сохранения телом постоянной скорости при отсутствии или взаимной компенсации внешних воздействий на него.

Говоря об инерции, приведём некоторые выдержки и рассуждения из книги «Удивительная физика» Нурбея Владимировича Гулиа.

Понадобилось около двух тысяч лет, начиная с древнегреческого учёного Аристотеля (384–322 гг. до н. э.), чтобы разобраться с инерцией. Он считал, что тело будет двигаться, только если на него действуют другие тела. Аристотель ошибался. И только Ньютон, сформулировав свой первый закон, внёс ясность в этот вопрос. Он утверждал, что тело при отсутствии или взаимной компенсации внешних воздействий может не только покоиться, но и двигаться – только обязательно прямолинейно и равномерно. Часто этот закон называют законом Галилея-Ньютона, но автор книги Нурбей Гулиа утверждает, что Галилей тут совсем не причём, и что формулировку закона, близкую к ньютоновской, дал французский учёный Рене Декарт. Но как бы то ни было, закон инерции был открыт!

Если на тело не действуют другие тела или их действия скомпенсированы, то оно либо покоится, либо движется прямолинейно и равномерно, т. е. с неизменной скоростью.

Что движется по инерции: автомобиль с выключенным двигателем (как говорят, «накатом»), медленно сбавляя скорость, или бульдозер, который тащит перед собой целую гору песка, но движется равномерно и по прямой?

Бульдозер! Хотя так и хочется указать на автомобиль. Самое главное, что тело движется равномерно и прямолинейно. Всё, этого уже достаточно, больше ничего и не нужно. Автомобиль в первом примере хоть и медленно, но замедляется. Следовательно, силы, действующие на него, не скомпенсированы: сопротивление есть, а силы тяги – нет. А на бульдозер действует много тел, каждое со своей силой, но все силы скомпенсированы, их равнодействующая равна нулю. Вот почему он и продолжает двигаться равномерно и прямолинейно, то есть по инерции. В этом и заключается отличие бытового представления об инерции от научного понятия!

Сила, \vec{F} – векторная физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

$$[F] = \text{Н}.$$

Импульс тела (количество движения), \vec{p} – векторная физическая величина, численно равная произведению массы тела на его скорость.

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

$$[p] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}.$$

Импульс силы, $\vec{F} \cdot dt$ – векторная физическая величина, численно равная произведению силы на время её действия.

$$[F \cdot dt] = \text{Н} \cdot \text{с}.$$

2. Первый закон Ньютона (закон инерции)

Дадим две формулировки этого закона.

Первая: всякая материальная точка (тело) сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения до тех пор, пока воздействие со стороны других тел не заставит её (его) изменить это состояние.

Естественно, здесь говорится о таких возможных вариантах поведения тела относительно некоторых выделенных систем отсчёта. В этой связи закон инерции стал рассматриваться как утверждение о существовании особого вида систем отсчёта – **инерциальных систем отсчёта (ИСО)**!

Поэтому в школе первый закон Ньютона сейчас даётся обычно в следующей формулировке: существуют такие системы отсчёта, называемые инерциальными, относительно которых тело движется прямолинейно и равномерно (или покоится), если на него не действуют другие тела или их действие взаимно скомпенсировано.

Сам Ньютон в качестве инерциальной системы отсчёта принимал систему отсчёта, начало которой совпадало с центром Солнца, а оси координат были направлены на далёкие звёзды. Эту систему он называл «абсолютной».

Стоит отметить, что первый закон Ньютона (да и два других) лучше формулировать всё-таки в отношении материальных точек, т. к. тело при отсутствии или взаимной компенсации внешних воздействий может ещё и вращаться.

3. Второй закон Ньютона

3.1. Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения в частной форме)

Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения в частной форме): ускорение, приобретаемое материальной точкой (телом), прямо пропорционально вызывающей его силе, и обратно пропорционально массе материальной точки (тела).

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_p}{m}.$$

При такой формулировке соблюдаются причинно-следственные связи (ускорение – следствие действия силы, а не наоборот), однако при решении задач и для облегчения запоминания обычно эту формулу преобразовывают, выражая силу.

Обратим внимание на то, что в законе под силой \vec{F}_p подразумевается результирующая всех сил, приложенных к материальной точке, это подчёркнуто индексом «р». Кроме того, т. к. масса (она подразумевается здесь постоянной) величина положительная, то векторы \vec{a} и \vec{F}_p всегда сонаправлены.

3.2. Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения в обобщённой форме)

Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения в обобщённой форме): скорость изменения импульса материальной точки (тела) равна действующей на неё (него) силе.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения в обобщённой форме) в другой формулировке: изменение импульса тела равно импульсу действующей на него силы.

$$d\vec{p} = \vec{F}dt.$$

3.3. Уравнение движения тела переменной массы

Получим уравнение Мещерского.

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p.$$

Обычно рассматривают движение тела переменной массы на примере ракеты.

Пусть в момент времени t масса ракеты m , а её скорость \vec{v} .

Тогда спустя время dt масса ракеты $m - dm$, скорость $-(\vec{v} + d\vec{v})$.

Изменение импульса системы «ракета-газы»:

$$d\vec{p} = ((m - dm)(\vec{v} + d\vec{v}) + dm(\vec{v} + \vec{u})) - m\vec{v},$$

где \vec{u} – скорость истечения газов относительно ракеты.

Раскрывая скобки и преобразовывая, получим:

$$d\vec{p} = m\vec{v} + md\vec{v} - dm\vec{v} - dmd\vec{v} + dm\vec{v} + dm\vec{u} - m\vec{v} = md\vec{v} + \vec{u}dm.$$

Если на систему действуют внешние силы, то согласно второму закону Ньютона в обобщённой форме

$$d\vec{p} = \vec{F}dt$$

предыдущее соотношение можно переписать в виде

$$\vec{F}dt = md\vec{v} + \vec{u}dm,$$

поделим обе части на dt

$$\vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{u}\frac{dm}{dt},$$

преобразуем к виду

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - \vec{u}\frac{dm}{dt}.$$

Введём обозначение реактивной силы

$$\vec{u} \frac{dm}{dt} = \vec{F}_p.$$

Если \vec{u} противоположна по направлению \vec{v} , то ракета ускоряется за счёт реактивной силы, если совпадает по направлению с \vec{v} , то тормозится.

С учётом обозначения и определения ускорения придём к уравнению Мещерского

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_p.$$

Используя уравнение Мещерского, получим уравнение Циолковского.

Пусть на ракету не действуют никакие внешние силы, т. е. $F=0$, а скорость истечения газов u постоянна.

Тогда согласно уравнению Мещерского

$$m \frac{dv}{dt} = -u \frac{dm}{dt}.$$

Разделяя переменные и интегрируя, имеем:

$$dv = -u \frac{dm}{m},$$
$$v = -u \int \frac{dm}{m} = -u \ln m + C.$$

Константу C определим, исходя из начальных условий (начальная скорость 0, начальная масса m_0):

$$0 = -u \ln m_0 + C,$$

$$C = u \ln m_0.$$

Получим формулу Циолковского

$$v = -u \ln m + u \ln m_0 = u \ln \frac{m_0}{m}.$$

4. Третий закон Ньютона

Третий закон Ньютона: две материальные точки (два тела), взаимодействуют с силами, равными по модулю, но противоположными по направлению.

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Первая цифра индекса указывает «адрес» силы (материальную точку, к которой она приложена), вторая цифра – материальную точку, со стороны которой оказывается действие.

Эти силы всегда возникают парами, имеют одинаковую природу, направлены вдоль одной и той же прямой, проходящей через материальные точки, но в противоположные стороны, и приложены к разным материальным точкам (телам), поэтому искать их «равнодействующую» не имеет смысла.

Отметим, что третий закон Ньютона позволяет перейти от динамики отдельной материальной точки к динамике между материальными точками.

5. Принцип независимости действия сил

Принцип независимости действия сил: если на материальную точку действует одновременно несколько сил, то каждая из этих сил сообщает материальной точке такое ускорение согласно второму закону Ньютона, как будто бы других сил нет.

Согласно этому принципу, силы, приложенные к материальной точке (телу), можно как складывать, так и раскладывать на составляющие.