

## МОДУЛЬ № 4 «МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ»

### ЛЕКЦИЯ № 4

#### МЕХАНИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ. ЗВУК

##### План лекции:

1. Волна. Виды волн.....	2
2. Бегущая волна. Уравнение бегущей волны.....	3
3. Стоячая волна. Уравнение стоячей волны .....	5
4. Звук .....	7
5. Эффект Доплера в акустике .....	9

## 1. Волна. Виды волн

**Волна** – процесс распространения колебаний в пространстве (сплошной среде) с течением времени.

**Основное свойство волн:** перенос энергии без переноса вещества (при распространении волны частицы среды не движутся вместе с волной, а колеблются около своих положений равновесия; вместе с волной от частицы к частице среды передаются лишь состояние колебательного движения и энергия волны).

В этом можно убедиться на опыте.

По физической природе различают следующие основные типы волн:

- 1) **волны на поверхности жидкости;**
- 2) **упругие (механические) волны;**
- 3) **электромагнитные волны.**

По направлению колебаний в волне они делятся на **продольные** и **поперечные**.

**Продольные волны** – волны, в которых колебания частиц среды происходят в направлении распространения волн.

Механические продольные волны могут возникать в твёрдых, жидких и газообразных телах, так как во всех этих средах возможны деформации растяжения-сжатия.

**Поперечные волны** – волны, в которых колебания частиц среды происходят в плоскостях, перпендикулярных направлению распространения волн.

Механические поперечные волны могут возникать только в твёрдых телах, так как только в них возможны деформации сдвига, которыми они и вызываются.

Если колебания частиц среды являются гармоническими, то и упругая волна называется **гармонической**.

**Длина волны**,  $\lambda$  – скалярная физическая величина, определяемая расстоянием между ближайшими частицами среды, колеблющимися в одинаковой фазе (фазах, отличающихся на  $2\pi z$ , где  $z$  – целое число).

Ещё одно определение данной величины можно сформулировать следующим образом.

**Длина волны**,  $\lambda$  – скалярная физическая величина, определяемая расстоянием, на которое распространяется волна (её определённая фаза) за время, равное периоду колебаний частицы в волне.

На основании этого определения легко записать формулу для вычисления длины волны.

$$\lambda = \nu T = \frac{\nu}{\nu}.$$

**Волновой фронт** – геометрическое место точек, до которых доходят колебания к определённому моменту времени.

**Волновая поверхность** – геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе.

Заметим, что волновой фронт также является волновой поверхностью, но он только один в данный момент времени, а волновых поверхностей в любой момент времени можно провести сколько угодно.

Если волновые поверхности представляют собой плоскости, параллельные друг другу, то волна называется **плоской**, если концентрические сферы – **сферической**.

## 2. Бегущая волна. Уравнение бегущей волны

**Бегущая волна** – это волна, которая переносит в пространстве энергию.

Уравнение плоской бегущей волны имеет вид:

$$\xi(x, t) = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{\nu} \right) + \varphi_0 \right].$$

Получим эту формулу.

Пусть в точке  $x=0$  колебания происходят согласно уравнению:

$$\xi(0, t) = A \cos(\omega t).$$

Тогда колебания в точке  $x$  будут происходить с запаздыванием на

$$\Delta t = \frac{x}{v}.$$

Волне необходимо такое время, чтобы дойти до данной точки.

Следовательно,

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right).$$

Отсюда следует, что  $\xi(x, t)$  является не только периодической функцией времени, но и периодической функцией координаты  $x$ .

В общем случае уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси  $x$  в среде, не поглощающей энергию, имеет вид:

$$\xi(x, t) = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right],$$

где  $A = \text{const}$  – амплитуда волны,  $\omega$  – циклическая частота,  $\varphi_0$  – начальная фаза волны, определяемая в общем случае выбором начал отсчёта  $x$  и  $t$ ,

$\left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) + \varphi_0 \right]$  – фаза плоской волны.

Если ввести так называемое **волновое число**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v},$$

уравнение плоской волны можно будет переписать в виде:

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0).$$

Если волна распространяется в отрицательном направлении оси  $x$ , то перед  $kx$  будет стоять знак минус.

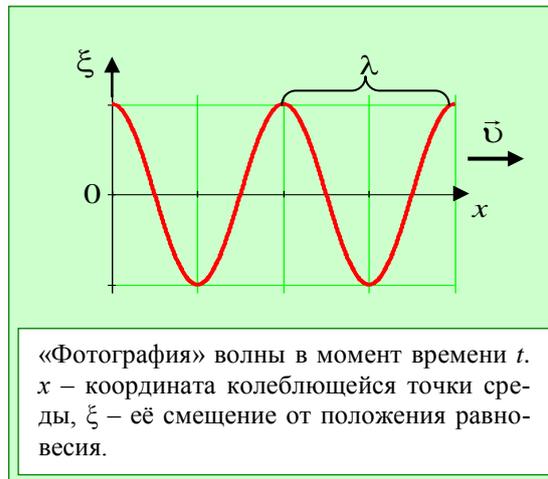


Рис. 1. К пояснению гармонической волны

### 3. Стоячая волна. Уравнение стоячей волны

Как оказывается, не все волны переносят энергию. К такому типу волн относятся стоячие волны.

**Стоячая волна** – это волна, образующаяся при наложении двух бегущих волн, распространяющихся навстречу друг другу с одинаковыми частотами и амплитудами, а в случае поперечных волн и с одинаковой поляризацией.

Уравнение стоячей волны выглядит следующим образом.

$$\xi(x, t) = 2A \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \cos \omega t.$$

Получим его.

Предположим, что две плоские волны с одинаковыми амплитудами и частотами распространяются навстречу друг другу вдоль оси  $x$  в среде без затухания. Выберем начало координат и момент отсчёта времени таким образом, чтобы начальные фазы волн были равны нулю. Тогда уравнения волн будут выглядеть следующим образом.

$$\begin{cases} \xi_1 = A \cos(\omega t - kx), \\ \xi_2 = A \cos(\omega t + kx). \end{cases}$$

Складывая эти уравнения и используя известную тригонометрическую формулу для суммы косинусов, получим.

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = 2A \cos kx \cos \omega t = 2A \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \cos \omega t.$$

Во второй формуле расписано волновое число.

Видим, что амплитуда стоячей волны зависит от координаты  $x$ .

$$A_{\text{ст}} = \left| 2A \cos \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right|.$$

Причём амплитуда достигает максимального значения  $2A$ , если

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm m\pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

И минимального значения (0), если

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Точки, в которых амплитуда колебаний максимальна, называются **пучностями стоячей волны**.

Точки, в которых амплитуда колебаний равна нулю, называются **узлами стоячей волны**.

Координаты пучностей:

$$x_{\text{п}} = \pm m \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots,$$

Координаты узлов:

$$x_{\text{узл}} = \pm \left( m + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Заметим, что расстояния между соседними пучностями (узлами) одинаковы и равны  $\frac{\lambda}{2}$ .

Отличия стоячей волны от бегущей:

- в бегущей волне все точки колеблются с одинаковой амплитудой, но с запаздыванием по фазе, а в стоячей волне все точки между соседними узлами колеблются с разными амплитудами, но с одинаковыми фазами;

- бегущая волна переносит энергию, а стоячая – нет.

## 4. Звук

**Звуковые (акустические) волны** – это распространяющиеся в среде упругие волны, обладающие частотами в пределах от 20 до 20000 Гц (округлённо).

Такие волны могут вызывать у человека ощущение звука.

Послушаем и сравним звуки с частотами 100 Гц и 10000 Гц.

Если  $\nu < 20$  Гц, то волны являются **инфразвуковыми**.

Если  $\nu > 20$  кГц, то волны являются **ультразвуковыми**.

Ни те, ни другие человек не способен слышать. Но, например, такие животные как летучие мыши, дельфины, используют ультразвук для ориентации в пространстве.

В твёрдых телах звуковые волны могут быть как продольными, так и поперечными, так как в них возможны деформации растяжения-сжатия и сдвига.

В газах и жидкостях звуковые волны могут быть только продольными, так как эти среды обладают упругостью лишь по отношению к деформациям растяжения-сжатия.

**Интенсивность звука (сила звука),  $I$**  – скалярная физическая величина, определяемая средней по времени энергией, переносимой звуковой волной в единицу времени сквозь единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны.

$$I = \frac{\Delta W}{\Delta t \Delta S}.$$

Из формулы следует, что единицей интенсивности звука в СИ является ватт на метр в квадрате ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ).

**Громкость звука** является субъективной характеристикой звука, зависящей от его интенсивности, но также ещё и частоты.

Чувствительность человеческого уха различна для разных частот. Для того чтобы вызвать звуковое ощущение, волна должна обладать некоторой минимальной интенсивностью, но если эта интенсивность превышает опре-

делённый предел, то звук не слышен и вызывает только болевое ощущение. Таким образом, для каждой частоты колебаний существуют наименьшая (**порог слышимости**) и наибольшая (**порог болевого ощущения**) интенсивности звука, которые способны вызвать звуковое восприятие. Область, расположенная между этими двумя кривыми, является **областью слышимости** (см. рис. 2).

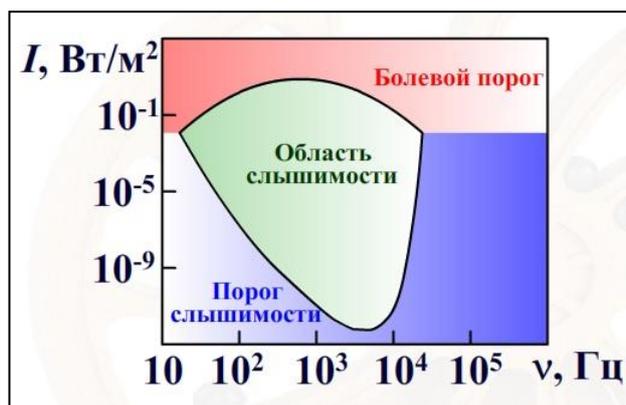


Рис. 2. К пояснению области слышимости

Согласно физиологическому закону Вебера-Фехнера, с ростом интенсивности звука громкость возрастает по логарифмическому закону.

**Уровень интенсивности звука,  $L$**  – это объективная оценка громкости звука по измеренному значению его интенсивности.

$$L = \lg \frac{I}{I_0},$$

где  $I_0$  – интенсивность звука на пороге слышимости, принимаемая для всех звуков равной  $10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>.

Уровень интенсивности звука выражается в **белах**, хотя обычно пользуются единицами, в 10 раз меньшими, – **децибелами** (дБ).

Эти единицы получили своё название в честь одного из изобретателей телефона, шотландца по происхождению, Александра Белла.

Физиологической характеристикой звука является **уровень громкости**, который выражается в **фонах**.

Реальный звук является наложением гармонических колебаний с большим набором частот, т. е. звук обладает **акустическим спектром**, который

может быть **сплошным** (в некотором интервале присутствуют колебания всех частот) и **линейчатым** (присутствуют колебания отделённых друг от друга определённых частот).

**Высота звука** – качество звука, определяемое человеком субъективно на слух и зависящее от его частоты.

С ростом частоты высота звука увеличивается, то есть звук становится «выше».

Давайте сравним между собой высокое сопрано и низкий бас.

Характер акустического спектра и распределения энергии между определёнными частотами определяет своеобразие звукового ощущения, называемое **тембром звука**. Так, различные певцы, берущие одну и ту же ноту, имеют различный акустический спектр, т. е. их голоса имеют различный тембр.

## 5. Эффект Доплера в акустике

Из опыта известно, что тон сирены пожарной машины повышается по мере её приближения и понижается при удалении, то есть движение источника колебаний (сирены) относительно приёмника (уха) изменяет частоту принимаемых колебаний. Это связано с эффектом Доплера.

**Эффект Доплера** – явление изменения частоты колебаний, воспринимаемой приёмником, при движении источника этих колебаний и приёмника друг относительно друга.

### Случай I. Источник и приёмник покоятся относительно среды

Частота колебаний звукопринимающего элемента, вызванная прошедшей звуковой волной (учитываем, что скорость распространения волны относительно приёмника и её длина не меняются; используем формулы  $\lambda = \upsilon T_0$

и  $\lambda = \frac{\upsilon}{\nu}$ ):

$$\nu = \frac{\upsilon}{\lambda} = \frac{\upsilon}{\upsilon T_0} = \frac{1}{T_0} = \nu_0.$$

Делаем вывод, что частота звука, которую регистрирует приёмник, равна частоте, с которой звуковая волна излучается источником.

**Случай II. Источник покоится, приёмник приближается к источнику (удаляется от него)**

Частота колебаний звукопринимающего элемента, вызванная прошедшей звуковой волной (учитываем, что скорость распространения волны относительно приёмника теперь будет равна  $(v + v_{\text{пр}})$ , длина волны не меняется):

$$v = \frac{v + v_{\text{пр}}}{\lambda} = \frac{v + v_{\text{пр}}}{vT} = \frac{v + v_{\text{пр}}}{v} \cdot v_0.$$

Делаем вывод: частота звука, которую регистрирует приёмник, в  $\frac{v + v_{\text{пр}}}{v}$  раз больше частоты, с которой звуковая волна излучается источником; при удалении приёмника регистрируемая частота в  $\frac{v}{v - v_{\text{пр}}}$  раз меньше.

**Случай III. Приёмник покоится, источник приближается к приёмнику (удаляется от него)**

Частота колебаний звукопринимающего элемента, вызванная прошедшей звуковой волной (учитываем, что скорость распространения волны относительно приёмника не меняется, а длина волны из-за движения источника будет равна  $(\lambda - v_{\text{ист}}T)$ ):

$$v = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{(v - v_{\text{ист}})T} = \frac{v}{v - v_{\text{ист}}} \cdot v_0.$$

Вывод: частота звука, которую регистрирует приёмник, в  $\frac{v}{v - v_{\text{ист}}}$  раз больше частоты, с которой звуковая волна излучается источником; при удалении источника регистрируемая частота в  $\frac{v + v_{\text{ист}}}{v}$  раз меньше.

**Случай IV (общий). Источник и приёмник движутся относительно друг друга**

Объединим результаты случаев I и II:

$$v = \frac{v \pm v_{\text{пр}}}{v \mp v_{\text{ист}}} \cdot v_0,$$

причём верхний знак берётся, если при движении источника или приёмника происходит их сближение, нижний знак – в случае их взаимного удаления.

Если скорости источника и приёмника не совпадают с соединяющей их прямой, то нужно брать проекции скоростей на эту прямую.