МОДУЛЬ № 1
«КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ И АБСОЛЮТНО ТВЁРДОГО ТЕЛА»
ЛЕКЦИЯ № 2
УГЛОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ

План лекции:

1. Угол поворота

Вектор угла поворота, φ – аксиальный вектор (псевдовектор), численно равный углу поворота и направленный вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта.

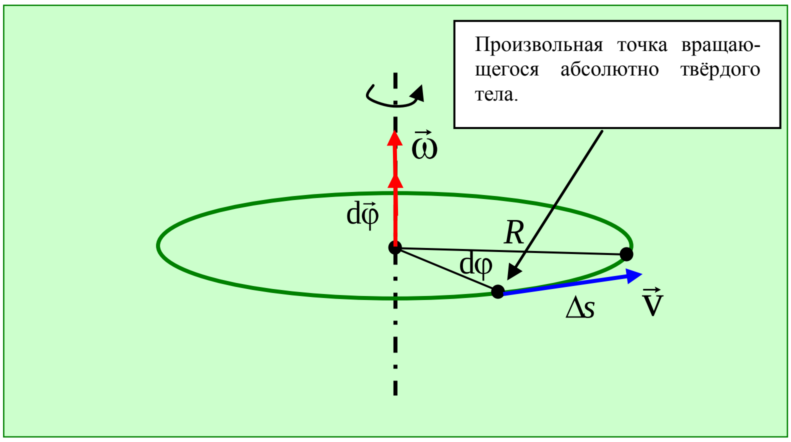

Рис. 1. К пояснению вектора угла поворота

Видим, что угол поворота вводится как векторная величина, чтобы характеризовать в том числе и направление вращательного движения.

Пусть точка обращается по окружности в горизонтальной плоскости указанным на рис. 1 образом. Если в таком же направлении вращать головку винта с правой нарезкой (мнемоническое правило буравчика), то он будет поступательно перемещаться, вкручиваться, вверх.

Если поменять направление вращения на противоположное, то, очевидно, винт будет вкручиваться вниз. Именно так и будет направлен аксиальный вектор угла поворота.

Единицей измерения угла поворота является радиан.

$$[\varphi] = \text{рад}.$$

2. Угловая скорость

Средняя угловая скорость, $\langle\vec{\omega}\rangle$ – векторная физическая величина, определяемая приращением угла поворота за единицу времени.

$$\langle\vec{\omega}\rangle = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}.$$

$$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Мгновенная угловая скорость, $\vec{\omega}$ – угловая скорость в данный момент времени (первая производная угла поворота по времени).

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\varphi}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{\varphi}}.$$

Угловая скорость, как и угол поворота, одинакова для всех точек вращающегося абсолютно твёрдого тела и также является аксиальным вектором, направление которого определяется с помощью правила правого винта.

3. Угловое ускорение

Среднее угловое ускорение, $\langle \vec{\varepsilon} \rangle$ – векторная физическая величина, определяемая приращением угловой скорости за единицу времени.

$$\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}.$$

$$[\varepsilon] = \frac{\text{рад}}{\text{с}^2}.$$

Мгновенное угловое ускорение, $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение в данный момент времени (первая производная угловой скорости по времени; вторая производная угла поворота по времени).

$$\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\vec{\omega}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{\omega}} = \ddot{\vec{\varphi}}.$$

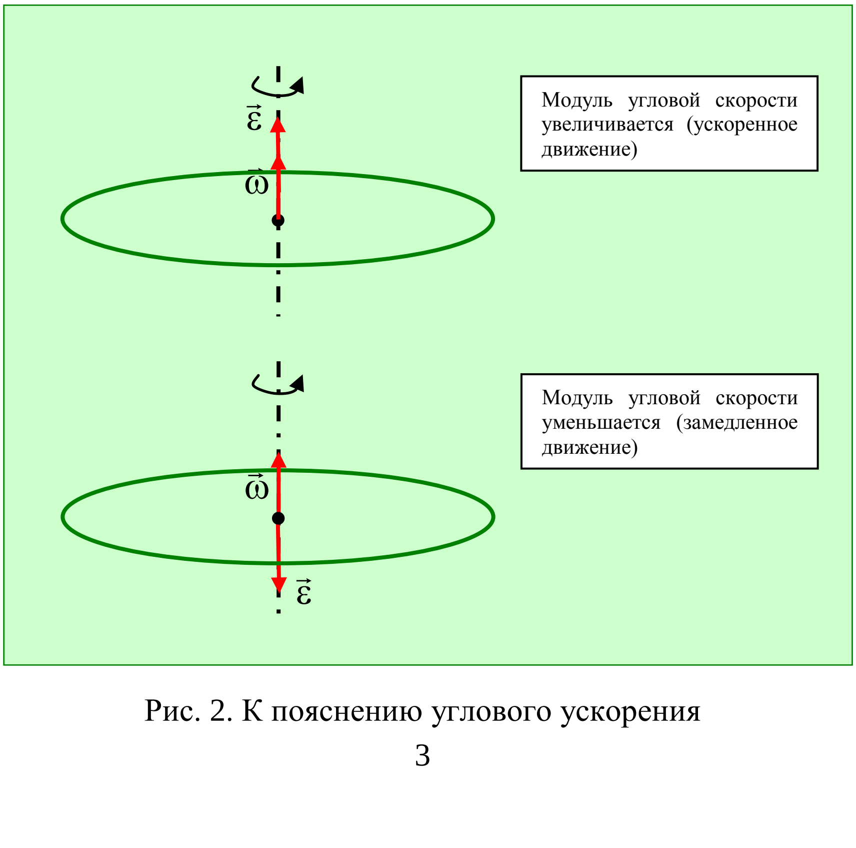

Рис. 2. К пояснению углового ускорения

Вектор $\vec{\varepsilon}$ сонаправлен с $\vec{\omega}$ в случае ускоренного движения ($\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} > 0$) и противоположно направлен ему в случае замедленного движения ($\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} < 0$).

4. Связь линейных и угловых характеристик движения

Связь пути и угла поворота несложно получить на основании формулы геометрии для длины дуги окружности. Она рассчитывается как произведение радиуса окружности и соответствующего центрального угла в радианной мере.

$$\mathrm{d}S = \mathrm{d}\varphi \cdot R.$$

Связь линейной и угловой скоростей

$$\upsilon = \omega R$$

также получается из простых соображений на основании формулы связи пути и угла поворота.

$$\upsilon = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\varphi \cdot R}{\mathrm{d}t} = \omega R.$$

Связь линейного тангенциального и углового ускорений:

$$a_\tau = \varepsilon R.$$

Для её получения рекомендуется продифференцировать обе части уравнения, связывающего линейную и угловую скорости.

$$a_\tau = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}(\omega R)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\omega \cdot R}{\mathrm{d}t} = \varepsilon R.$$

Связь линейного нормального ускорения и угловой скорости:

$$a_n = \omega^2 R.$$

$$a_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(\omega R)^2}{R} = \omega^2 R.$$