МОДУЛЬ № 3
«ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ»
ЛЕКЦИЯ № 2
ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

План лекции:

1. Энергия

Энергия, E – скалярная физическая величина, являющаяся универсальной мерой движения.

$$[E] = \text{Дж}.$$

Различают такие **формы энергии**, как:

1) механическая;

2) тепловая;

3) электромагнитная;

4) ядерная и др.

Одни формы энергии могут переходить в другие. Например, при скольжении тела по шероховатой поверхности механическая энергия превращается в тепловую.

2. Работа

Работа, A – скалярная физическая величина, являющаяся мерой изменения и превращения энергии.

$$[A] = \text{Дж}.$$

Элементарная работа силы, $\mathrm{d}A$ – скалярная физическая величина, определяемая скалярным произведением силы, совершающей работу, и элементарного перемещения точки приложения силы.

$$\mathrm{d}A = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = F \mathrm{d}s \cos\alpha = F_s \mathrm{d}s,$$

где $F_s = F\cos\alpha$ – проекция силы на направление перемещения $\mathrm{d}\vec{s}$ (угол α отсчитывается от направления перемещения $\mathrm{d}\vec{s}$ – см. рис. 1).

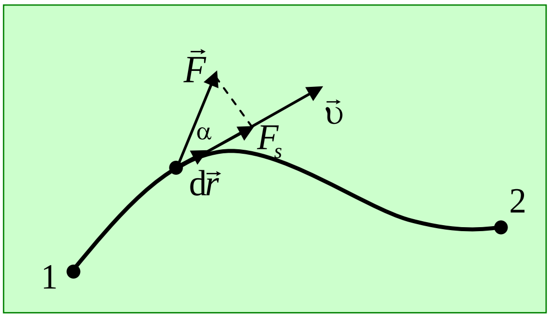

Рис. 1. К пояснению работы силы

Работа переменной силы на участке 1-2 может быть определена через интеграл

$$A=\int_{(1)}^{(2)} F\mathrm{d}s\cos\alpha=\int_{(1)}^{(2)} F_s\mathrm{d}s.$$

Пределы интегрирования показаны формальным образом.

Учитывая геометрический смысл определённого интеграла, работу переменной силы можно вычислить как площадь фигуры под графиком зависимости $F_s=f(s)$.

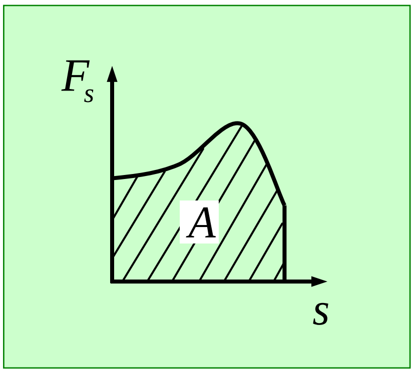

Рис. 2. Определение работы как площади фигуры под графиком $F_s=f(s)$

Работа постоянной силы при прямолинейном движении, A – скалярная физическая величина, определяемая произведением модуля силы, модуля перемещения и косинуса угла между векторами силы и перемещения.

$$A=\vec{F}\cdot\vec{S}=FS\cos\alpha.$$

Эту формулу можно получить из общей путём интегрирования.

$$A=\int_{(1)}^{(2)} F\mathrm{d}s\cos\alpha=F\cos\alpha\int_{(1)}^{(2)}\mathrm{d}s=FS\cos\alpha=\vec{F}\cdot\vec{S}.$$

Проанализируем данное выражение в зависимости от угла α.

Если $\alpha=0^0$, то $A=FS$.

Если $\alpha=180^0$, то $A=-FS$.

Если $\alpha=90^0$, то $A=0$.

Если α – острый, то $A>0$.

Если α – тупой, то $A<0$.

Переходим к рассмотрению **работы при вращении тела**.

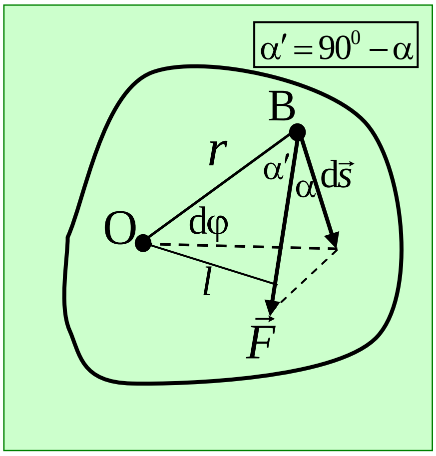

Рис. 3. Работа при вращении тела

Элементарная работа при вращении тела определяется формулой

$$\mathrm{d}A = M_z \mathrm{d}\varphi.$$

Получим данную формулу.

Пусть точка приложения силы, действующей на абсолютно твёрдое тело, при его повороте смещается на $\mathrm{d}s$ (см. рис. 3). Тогда элементарная работа силы:

$$\mathrm{d}A = F\mathrm{d}s\cos\alpha.$$

Из геометрических соображений

$$\mathrm{d}s = r\mathrm{d}\varphi,$$

где $\mathrm{d}\varphi$ – дифференциально малый угол поворота тела.

Также из геометрических соображений от угла α можно перейти к α' (см. рис. 3) и тогда косинус угла α можно заменить на синус угла α':

$$\cos\alpha = \cos\left(90^0 - \alpha'\right) = \sin\alpha'.$$

Подставляем выраженные величины в элементарную работу и замечаем, что $r\sin\alpha'$ – это плечо силы относительно центра вращения. Произведение силы и её плеча даёт момент этой силы.

$$\mathrm{d}A = F\sin\alpha' \cdot r\mathrm{d}\varphi = Fr\sin\alpha' \cdot \mathrm{d}\varphi = Fl\mathrm{d}\varphi = M_z\mathrm{d}\varphi.$$

Суммарную **работу при вращении тела** вычисляем путём интегрирования элементарной:

$$A = \int_{(1)}^{(2)} M_z \mathrm{d}\varphi.$$

Если $M_z = \mathrm{const}$:

$$A = M_z \Delta\varphi.$$

3. Мощность

Мощность, N – скалярная физическая величина, определяемая скоростью совершения работы.

$$N = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t}.$$

$$[N] = \text{Вт}.$$

С другой стороны, мощность можно определить как скалярное произведение силы и скорости точки её приложения. Действительно,

$$N = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \frac{\vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon}.$$

Мощность при вращении тела

$$N = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = \frac{M_z \mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t} = M_z \omega.$$

4. Кинетическая энергия тела

Кинетическая энергия материальной точки (тела), T (E_k) – это энергия механического движения данной точки (тела).

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2},$$

где m – масса точки (тела), υ – её (его) скорость.

К данной формуле можно прийти из следующих соображений. Пусть на горизонтальной идеально гладкой поверхности тело под действием силы разгоняется из состояния покоя. Кинетическая энергия, которую приобретёт тело, будет равна работе, совершённой этой силой.

$$\mathrm{d}T = \mathrm{d}A.$$

Элементарная работа

$$\mathrm{d}A = \vec{F}\mathrm{d}\vec{r}.$$

Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F} = m\frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}}{\mathrm{d}t}.$$

$\mathrm{d}\vec{r}$ представим как $\vec{\upsilon}\mathrm{d}t$.

После подстановки и преобразований имеем

$$\mathrm{d}T = m\frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}}{\mathrm{d}t}\cdot\vec{\upsilon}\mathrm{d}t = m\vec{\upsilon}\mathrm{d}\vec{\upsilon} = m\upsilon\mathrm{d}\upsilon.$$

Интегрируем и получаем хорошо знакомую формулу для кинетической энергии

$$T = m\int_0^{\upsilon}\upsilon\mathrm{d}\upsilon = \frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Некоторые особенности кинетической энергии:

– кинетическая энергия тела – функция состояния его движения (зависит только от его массы и скорости);

– кинетическая энергия неотрицательна;

– кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчёта.

Формулу для **кинетической энергии при вращении** запишем, исходя из аналогии между линейными и угловыми величинами:

$$T = \frac{J_z\omega^2}{2}.$$

При плоскопараллельном движении тела (например, при скатывании цилиндра с наклонной плоскости без скольжения) энергия движения складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения:

$$E_k = \frac{m\upsilon_C^2}{2} + \frac{J_C\omega^2}{2},$$

где υ_C – скорость центра масс тела, J_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через его центр масс (**теорема Кёнига**).

5. Потенциальная энергия тела

Консервативные[1] **силы** – силы, работа которых не зависит от формы траектории (например, силы тяжести).

Диссипативные[2] **силы** – силы, работа которых зависит от формы траектории (например, силы трения).

Нестационарные[3] **силы** – силы, зависящие от времени.

Потенциальная энергия, П (E_p) – это энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

В общем случае она определяется согласно формуле

$$\Pi = -\int \vec{F} \mathrm{d}\vec{r} + C,$$

где C – постоянная интегрирования.

Покажем справедливость этой формулы.

Связь между работой консервативных сил при элементарном изменении конфигурации системы и приращением потенциальной энергии имеет вид:

$$-\mathrm{d}\Pi = \mathrm{d}A.$$

Знак минус указывает на то, что работа консервативными силами совершается за счёт убыли потенциальной энергии.

Далее учтём, что $\mathrm{d}A = \vec{F}\mathrm{d}\vec{r}$, и окончательно придём к заявленному выражению.

Потенциальная энергия определяется с точностью до постоянного слагаемого, поэтому начало отсчёта потенциальной энергии может быть выбрано произвольно, а сама потенциальная энергия может быть отрицательной.

Для консервативных сил справедливо:

$$F_x = -\frac{\partial \Pi}{\partial x},\ F_y = -\frac{\partial \Pi}{\partial y},\ F_z = -\frac{\partial \Pi}{\partial z},$$

---

[1] От лат. conservo – охраняю, сохраняю.
[2] От лат. dissipatio – рассеяние.
[3] От лат. stationarius – неподвижный.

или в векторном виде $\vec{F} = -\operatorname{grad}\Pi$,

где $\operatorname{grad}\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\Pi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\Pi}{\partial z}\vec{k}$ – градиент потенциальной энергии.

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью Земли (другого небесного тела):

$$\Pi = mgh,$$

где $h \ll R$ и отсчитывается от нулевого уровня потенциальной энергии.

В общем случае $\Pi = -G\frac{Mm}{r}$. Здесь нулевой уровень потенциальной энергии выбран в бесконечности.

Потенциальная энергия упругодеформированного тела[4] (пружины):

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

где k и x – см. закон Гука.

Вывод формулы:

1) $\Pi = -\int\limits_0^x F_x \mathrm{d}x$.

2) $F_x = -kx$.

3) $\Pi = \int\limits_0^x kx\mathrm{d}x = \frac{kx^2}{2}$.

Потенциальная энергия недеформированного тела принята равной нулю.

Полная механическая энергия системы – сумма кинетической и потенциальной энергий данной системы.

$$E = T + \Pi.$$

6. Закон сохранения механической энергии

Рассмотрим систему материальных точек массами m_1, m_2, …, m_n, движущихся со скоростями $\vec{\upsilon}_1$, $\vec{\upsilon}_2$, …, $\vec{\upsilon}_n$. Пусть $\vec{F}_1^i$, $\vec{F}_2^i$, …, $\vec{F}_n^i$ – равнодейст-

[4] За нуль потенциальной энергии принята потенциальная энергия недеформированного тела.

вующие внутренних консервативных сил, действующих на каждую из этих точек, а $\vec{F}_1^e$, $\vec{F}_2^e$, …, $\vec{F}_n^e$ – равнодействующие внешних сил, которые также будем считать консервативными. Кроме того, будем считать, что на материальные точки действуют ещё и внешние неконсервативные силы; равнодействующие этих сил, действующих на каждую из материальных точек, обозначим $\vec{f}_1^e$, $\vec{f}_2^e$, …, $\vec{f}_n^e$. Согласно второму закону Ньютона,

$$m_1\frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}_1}{\mathrm{d}t}=\vec{F}_1^e+\vec{F}_1^i+\vec{f}_1^e,$$

$$m_2\frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}_2}{\mathrm{d}t}=\vec{F}_2^e+\vec{F}_2^i+\vec{f}_2^e,$$

$$\dots$$

$$m_n\frac{\mathrm{d}\vec{\upsilon}_n}{\mathrm{d}t}=\vec{F}_n^e+\vec{F}_n^i+\vec{f}_n^e.$$

Двигаясь под действием сил, точки системы за интервал времени $\mathrm{d}t$ совершают перемещения, соответственно равные $\mathrm{d}\vec{r}_1$, $\mathrm{d}\vec{r}_2$, …, $\mathrm{d}\vec{r}_n$. Умножим каждое из уравнений скалярно на соответствующее перемещение и, учитывая, что $\mathrm{d}\vec{r}_i=\vec{\upsilon}_i\mathrm{d}t$, получим

$$m_1\left(\vec{\upsilon}_1\mathrm{d}\vec{\upsilon}_1\right)-\left(\vec{F}_1^e+\vec{F}_1^i\right)\mathrm{d}\vec{r}_1=\vec{f}_1^e\mathrm{d}\vec{r}_1,$$

$$m_2\left(\vec{\upsilon}_2\mathrm{d}\vec{\upsilon}_2\right)-\left(\vec{F}_2^e+\vec{F}_2^i\right)\mathrm{d}\vec{r}_2=\vec{f}_2^e\mathrm{d}\vec{r}_2,$$

$$\dots$$

$$m_n\left(\vec{\upsilon}_n\mathrm{d}\vec{\upsilon}_n\right)-\left(\vec{F}_n^e+\vec{F}_n^i\right)\mathrm{d}\vec{r}_n=\vec{f}_n^e\mathrm{d}\vec{r}_n.$$

Сложив эти уравнения, получим

$$\sum_{i=1}^{n}m_i\left(\vec{\upsilon}_i\mathrm{d}\vec{\upsilon}_i\right)-\sum_{i=1}^{n}\left(\vec{F}_i^e+\vec{F}_i^i\right)\mathrm{d}\vec{r}_i=\sum_{i=1}^{n}\vec{f}_i^e\mathrm{d}\vec{r}_i.$$

Первый член левой части равенства этого равенства:

$$\sum_{i=1}^{n}m_i\left(\vec{\upsilon}_i\mathrm{d}\vec{\upsilon}_i\right)=\sum_{i=1}^{n}\mathrm{d}\left(\frac{m_i\upsilon_i^2}{2}\right)=\mathrm{d}T,$$

где $\mathrm{d}T$ – приращение кинетической энергии системы.

Второй член $\sum_{i=1}^{n}\left(\vec{F}_i^e+\vec{F}_i^i\right)\mathrm{d}\vec{r}_i$ равен элементарной работе внутренних и внешних консервативных сил, взятой со знаком минус, т. е. равен элементарному приращению потенциальной энергии $\mathrm{d}\Pi$ системы.

Правая часть равенства $\sum_{i=1}^{n}\vec{f}_i^e\mathrm{d}\vec{r}_i$ задаёт работу внешних неконсервативных сил, действующих на систему. Таким образом, имеем

$$\mathrm{d}\left(T+\Pi\right)=\mathrm{d}A.$$

При переходе системы из состояния 1 в какое-либо состояние 2

$$\int_{(1)}^{(2)}\mathrm{d}\left(T+\Pi\right)=A_{12},$$

т. е. изменение полной механической энергии системы при переходе из одного состояния в другое равно работе, совершённой при этом внешними неконсервативными силами. Если внешние неконсервативные силы отсутствуют, то из $\mathrm{d}\left(T+\Pi\right)=\mathrm{d}A$ следует, что

$$\mathrm{d}\left(T+\Pi\right)=0,$$

откуда

$$T+\Pi=E_{\text{полн}}=\text{const},$$

т. е. полная механическая энергия системы сохраняется постоянной.

Выражение $T+\Pi=E_{\text{полн}}=\text{const}$ представляет собой **закон сохранение механической энергии**: в системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т. е. не изменяется со временем.

Его можно записать и в следующем виде:

$$T+\Pi=T'+\Pi'.$$

Механические системы, на тела которых действуют только консервативные силы (внутренние и внешние), называются **консервативными системами**. Закон сохранения механической энергии можно сформулировать так: в консервативных системах полная механическая энергия сохраняется.

Закон сохранения механической энергии связан с однородностью времени. Однородность времени проявляется в том, что физические законы инвариантны относительно выбора начала отсчёта времени.

Существует ещё один вид систем – **диссипативные системы**, в которых механическая энергия постепенно уменьшается за счёт преобразования в другие (немеханические) формы энергии. Этот процесс получил название **диссипации** (или рассеяния) энергии.

7. Удар абсолютно упругих и неупругих тел

Примером применения законов сохранения импульса и энергии при решении практической физической задачи является удар абсолютно упругих и неупругих тел.

Удар (или **соударение**) – это столкновение двух или более тел, при котором взаимодействие длится очень короткое время.

Отношение нормальных составляющих относительной скорости тел после и до удара называется **коэффициентом восстановления** ε:

$$\varepsilon = \frac{\upsilon_n'}{\upsilon_n}.$$

Если для сталкивающихся тел $\varepsilon = 0$, то такие тела называются **абсолютно неупругими**, если $\varepsilon = 1$ – **абсолютно упругими**.

На практике для всех тел $0 < \varepsilon < 1$ (например, для стальных шаров $\varepsilon \approx 0{,}56$, для шаров из слоновой кости $\varepsilon \approx 0{,}89$, для свинца $\varepsilon \approx 0$). Однако в некоторых случаях тела можно с большой точностью рассматривать либо как абсолютно упругие, либо как абсолютно неупругие.

Прямая, проходящая через точку соприкосновения тел и нормальная к поверхности их соприкосновения, называется **линией удара**. Удар называется **центральным**, если тела до удара движутся вдоль прямой, проходящей через их центры масс. Мы будем рассматривать только центральные абсолютно упругие и абсолютно неупругие удары.

Абсолютно упругий удар – столкновение двух тел, в результате которого в обоих взаимодействующих телах не остаётся никаких деформаций и вся кинетическая энергия, которой обладали тела до удара, после удара снова превращается в кинетическую энергию (идеализация).

Для абсолютно упругого удара выполняются закон сохранения импульса и закон сохранения кинетической энергии.

$$m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = m_1\upsilon_1' + m_2\upsilon_2',$$

$$\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} = \frac{m_1\upsilon_1'^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2'^2}{2}.$$

Преобразуем:

$$m_1\left(\upsilon_1 - \upsilon_1'\right) = m_2\left(\upsilon_2' - \upsilon_2\right),$$

$$m_1\left(\upsilon_1^2 - \upsilon_1'^2\right) = m_2\left(\upsilon_2'^2 - \upsilon_2^2\right).$$

Поделим второе уравнение на первое

$$\upsilon_1 + \upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2',$$

$$\upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2' - \upsilon_1.$$

Подставим $\upsilon_1' = \upsilon_2 + \upsilon_2' - \upsilon_1$ в первое уравнение

$$m_1\left(\upsilon_1 - \upsilon_2 - \upsilon_2' + \upsilon_1\right) = m_2\left(\upsilon_2' - \upsilon_2\right),$$

$$2m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_2 - m_1\upsilon_2' = m_2\upsilon_2' - m_2\upsilon_2,$$

$$2m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_2 + m_2\upsilon_2 = m_2\upsilon_2' + m_1\upsilon_2',$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1 + \left(m_2 - m_1\right)\upsilon_2}{m_1 + m_2}.$$

Аналогично

$$\upsilon_1' = \frac{2m_2\upsilon_2 + \left(m_1 - m_2\right)\upsilon_1}{m_1 + m_2}.$$

Рассмотрим частные случаи.

1. $\upsilon_2 = 0$.

$$\upsilon_1' = \frac{\left(m_1 - m_2\right)\upsilon_1}{m_1 + m_2},$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2}.$$

а) $m_1 = m_2$.

$$\upsilon_1' = 0,$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{2m_1} = \upsilon_1.$$

После удара первый шар остановится, а второй будет двигаться с той же скоростью и в том же направлении, в котором двигался первый шар до удара.

б) $m_1 > m_2$.

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2} < \upsilon_1, \text{ но} > 0,$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} > \upsilon_1'.$$

Первый шар продолжает двигаться в том же направлении, как и до удара, но с меньшей скоростью. Скорость второго шара после удара больше, чем скорость первого после удара, действительно,

$$\upsilon_2' - \upsilon_1' = \frac{2m_1\upsilon_1 - m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_1}{m_1 + m_2} = \frac{(m_1 + m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2} = \upsilon_1 > 0.$$

в) $m_2 > m_1$.

$$\upsilon_1' = \frac{(m_1 - m_2)\upsilon_1}{m_1 + m_2} < 0,$$

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1\upsilon_1}{m_1 + m_2} < \upsilon_1.$$

Направление движения первого шара при ударе изменяется – шар отскакивает обратно. Второй шар движется в ту же сторону, в которую двигался первый шар до удара, но с меньшей скоростью.

г) $m_2 >> m_1$ (например, столкновение шара со стеной).

$$\upsilon_1' = \frac{\left(\frac{m_1}{m_2} - 1\right)\upsilon_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \to -\upsilon_1,$$

$$\upsilon_2' \to 0.$$

2) $m_1 = m_2$.

$$\upsilon_1' = \upsilon_2,\ \upsilon_2' = \upsilon_1,$$

т. е. шары равной массы «обмениваются» скоростями.

Абсолютно неупругий удар – столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются, двигаясь дальше как единое целое.

$$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon},$$

$$\vec{\upsilon} = \frac{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2}{m_1 + m_2}.$$

Если шары движутся навстречу друг другу, то они вместе будут продолжать двигаться в ту сторону, в которую двигался шар, обладающий большим импульсом. В частном случае если массы шаров равны, то

$$\vec{\upsilon} = \frac{\vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2}{2}.$$

Изменение кинетической энергии шаров при центральном абсолютно неупругом ударе:

$$\Delta E_k = \left(\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2}\right) - \frac{(m_1 + m_2)\upsilon^2}{2} =$$

$$= \left(\frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2}\right) - \frac{m_1 + m_2}{2} \cdot \frac{m_1^2\upsilon_1^2 + m_2^2\upsilon_2^2 + 2m_1m_2\vec{\upsilon}_1\vec{\upsilon}_2}{(m_1 + m_2)^2} =$$

$$= \frac{m_1(m_1 + m_2)\upsilon_1^2 + m_2(m_1 + m_2)\upsilon_2^2 - m_1^2\upsilon_1^2 - m_2^2\upsilon_2^2 - 2m_1m_2\vec{\upsilon}_1\vec{\upsilon}_2}{2(m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{m_1^2\upsilon_1^2 + m_1m_2\upsilon_1^2 + m_2m_1\upsilon_2^2 + m_2^2\upsilon_2^2 - m_1^2\upsilon_1^2 - m_2^2\upsilon_2^2 - 2m_1m_2\vec{\upsilon}_1\vec{\upsilon}_2}{2(m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{m_1m_2\upsilon_1^2 + m_2m_1\upsilon_2^2 - 2m_1m_2\vec{\upsilon}_1\vec{\upsilon}_2}{2(m_1 + m_2)} =$$

$$= \frac{m_1m_2\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 - 2\vec{\upsilon}_1\vec{\upsilon}_2\right)}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1m_2(\vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_2)^2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Если ударяемое тело было первоначально неподвижно, то

$$\Delta E_k = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 \upsilon_1^2}{2}.$$

Когда $m_2 >> m_1$ (масса неподвижного тела очень большая), то $\upsilon << \upsilon_1$ и почти вся кинетическая энергия тела при ударе переходит в другие формы энергии. Поэтому, например, для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка. Наоборот, при забивании гвоздей в стену масса молотка должна быть гораздо большей $m_1 >> m_2$, тогда $\upsilon \approx \upsilon_1$ и практически вся энергия затрачивается на возможно большее перемещение гвоздя, а не на остаточную деформацию стены.