Слайд 1. Добрый день, дорогие слушатели!

Сегодня мы разберем, какие энергетические процессы протекают в электрических цепях гармонического тока.

Слайд 2. Рассмотрим в общем случае участок цепи с активным сопротивлением *R* и реактивным сопротивлением *X*.

Подадим на его вход мгновенное значение напряжения, равное $u(t) = U_m \sin \omega t$.

В результате через последовательно включенные элементы электрической цепи будет протекать мгновенное значение тока той же частоты $i(t) = I_m \sin(\omega t - \varphi)$.

При этом мгновенная мощность, поступающая в цепь, будет равна произведению мгновенных значений токов и напряжений

$$p = ui = U_m I_m \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) =$$

и после преобразований может быть записана как

$$= UI[\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

Средняя мощность, поглощаемая цепью за период, называется активной мощностью и равна: $P = \frac{1}{T}\int_0^T pdt = \frac{U_m I_m}{2}\cos \varphi = UI \cos \varphi$.

Она измеряется в ваттах - Вт.

Из анализа выражения следует, что максимальная активная мощность соответствует нулевому сдвигу фаз и равна произведению *UI*.

Кстати, на постоянном токе активную мощность можно найти как произведение *UI*, так как при φ=0 $\cos \varphi = 1$.

При φ = ±90°, что соответствует чисто реактивной нагрузке, средняя мощность за период, а следовательно, активная мощность на индуктивности и емкости будет равна нулю.

Величина *cos* φ называется *коэффициентом мощности*. На практике для обеспечения рациональной работы электрической цепи на полную мощность стремятся обеспечить значение коэффициента мощности как можно ближе к единице.

Так как активная мощность выделяется на сопротивлении, то ее можно найти также как $P = I^2 R = \frac{U_R{}^2}{R}$, где U_R – напряжение, падающее на сопротивлении.

Слайд 3. Давайте посмотрим временные зависимости мгновенных значений напряжения *u*(*t*) и тока *i*(*t*), а также соответствующей им мгновенной мощности *p*(*t*).

Как видим, мгновенное значение мощности будет изменяться по гармоническому закону удвоенной частоты относительно постоянной составляющей *UI*cos φ, равной средней мощности.

Амплитуда этих колебаний называется полной мощностью, измеряется в вольт-амперах (ВА) и равна *S* = *UI*.

Численно полная мощность равна максимально возможной активной мощности в чисто резистивной цепи при данном напряжении и токе, т.е., при cos φ = 1.

Полная мощность в электрической цепи с полным сопротивлением $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ может быть также найдена как $S = I^2 Z = \frac{U^2}{Z}$

Слайд 4. Для чисто реактивной цепи энергия поступает в нее от источника энергии в течение четверти периода и запасается в магнитном поле (для индуктивности) или электрическом поле (для емкости). В течение следующей четверти она полностью возвращается из электрической цепи в источник энергии. При этом средняя мощность, отдаваемая источником нагрузке, равна нулю.

В общем случае для произвольной нагрузки преобладает процесс преобразования электрической энергии в тепло или механическую работу (*P* > 0). Для оценки энергии, не преобразуемой в электрической цепи, пользуются понятием *реактивной мощности*, которая измеряется в реактивных вольт-амперах (ВАр) и вычисляется по формуле $Q = UI\sin\varphi$.

Реактивная мощность может быть также найдена как $Q = I^2X = \frac{U_X{}^2}{X}$.

Если $Q > 0$, то энергия запасается в магнитном поле цепи.

Если $Q < 0$, то энергия запасается в электрическом поле цепи, т.е., в емкостях.

В электротехнике используется также понятие *комплексной полной мощности* $\underline{S}$, которая определяется как $\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$,

где $\underline{U}$ – комплексное напряжение на данном участке цепи;

$\underline{I}^*$– комплексно-сопряженный ток, у которого аргумент имеет противоположный знак по сравнению с комплексным током $\underline{I}$.

Для данной схемы комплексная полная мощность равна

$$\underline{S} = Ue^{j\psi_u}Ie^{-j\psi_i} = UIe^{j(\psi_u-\psi_i)} = UIe^{j\varphi} = Se^{j\varphi}$$

В данное выражение входит параметр $\boldsymbol{\varphi}$, под которым понимают сдвиг по фазе между напряжением и током.

Комплексная полная мощность и ее проекции на вещественную и мнимую ось могут быть представлены на комплексной плоскости в виде треугольника мощностей.

Проекции полной мощности на вещественную и мнимую ось равны соответственно активной мощности P и реактивной мощности Q.

Для перехода от показательной формы записи комплекса полной мощности к алгебраической форме записи $\underline{S} = P + jQ$ можно воспользоваться соотношениями

$P = S \cdot \cos\varphi$, $Q = S \cdot \sin\varphi$.

А полную мощность можно найти через активную и реактивную как,

$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

*Слайд 5.*Из закона сохранения энергии следует, что для цепи, содержащей N идеальных источников напряжения, M идеальных источников тока и H идеализированных пассивных элемента можно записать уравнение баланса мощностей комплексной форме как: $\sum_{k=1}^{N} \underline{E}_k \underline{I}_k^* + \sum_{k=1}^{M} \underline{U}_k \underline{J}_k^* = \sum_{k=1}^{H} I_k^2 \underline{Z}_k$

Левая часть этого выражения представляет собой алгебраическую сумму комплексных мощностей, отдаваемых всеми активными элементами.

Они берутся со знаком плюс, если направления токов и напряжений источников совпадают с указанным направлением, иначе – со знаком минус.

В правой части уравнения – это суммы комплексных мощностей всех идеализированных пассивных элементов, которые всегда берутся со знаком плюс.

Представив комплексную мощность в алгебраической форме записи, можно записать баланс мощности отдельно для активной и реактивной мощности.

$$\sum_{k=1}^{N} Re(\underline{E}_k\underline{I}_k^*) + \sum_{k=1}^{M} Re(\underline{U}_k\underline{J}_k^*) = \sum_{k=1}^{H} I_k^2 R_k$$

$$\sum_{k=1}^{N} Im(\underline{E}_k\underline{I}_k^*) + \sum_{k=1}^{M} Im(\underline{U}_k\underline{J}_k^*) = \sum_{k=1}^{H} I_k^2 X_k$$

Слайд 6. Рассмотрим электрическую цепь, содержащую реальный источник ЭДС $\underline{E}$ с внутренним сопротивлением $\underline{Z}_0 = R_0 + jX_0$, нагруженный на сопротивление нагрузки $\underline{Z}_Н = R_H + jX_Н$.

Активную мощность, выделяемую на сопротивлении нагрузки можно найти как произведение квадрата тока на $R н$

$$P = I^2 R_н = \left(\frac{E}{\left| \underline{Z}_0 + \underline{Z}_н \right|} \right)^2 R_н = \frac{E^2 R_н}{(R_0 + R_н)^2 + (X_0 + X_н)^2}$$

Из анализа выражения нетрудно показать, что условием передачи максимальной мощности от источника в нагрузку является равенство комплекса полного сопротивления нагрузки комплексно-сопряженному внутреннему сопротивлению источника.

То есть, P будет равно P_{max} при выполнении следующих двух условий:

$X_H = -X_0$ и $R_H = R_0$

Слайд 7. Спасибо за внимание!